Protokoll M8 — Erzwungene Schwingungen

Till Biskup

Matrikelnummer: 155567

4. Mai 1999

Einführung

Aufgaben

1. Die Kreisfrequenz ω_0 des freien ungedämpften Drehschwingers wird dreimal aus 50 Schwingungen bestimmt.

2. Bestimmung des logarithmischen Dekrements Λ für 3 verschiedene Dämpfungen ($I = 40, 60$ bzw. 80 mA).

3. Messung der Amplitudenresonanzkurve für 3 Dämpfungswerte ($I = 40, 60$ bzw. 80 mA).

4. Überprüfung der Gleichung

$$\Lambda = T\delta \approx T_0\delta = \frac{2\pi}{\omega_0}\delta = \frac{\pi}{\omega_0}\Delta H$$

   durch graphische Darstellung $\Delta H = f(\Lambda)$.

1. Bestimmung der Kreisfrequenz ω_0

Zur Bestimmung der Kreisfrequenz ω_0 des freien ungedämpften Drehschwingers wurde dreimal die Zeit t_n für $n = 50$ Schwingungen gemessen. Daraus ergibt sich eine Periodendauer $T = \frac{t_n}{n}$, aus der sich durch Einsetzen in die Formel $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ die Kreisfrequenz errechnet.

	t_n [s] ($n = 50$)	ω_0 [Hz]
1. Messung	125.43	2.505
2. Messung	125.71	2.499
3. Messung	125.80	2.497

Fehlerbetrachtung Aus den drei Werten für ω_0 ergibt sich ein Mittelwert $\overline{\omega_0} = 2.500$. Die Standardabweichung berechnet sich demnach zu $s = 4.16 \cdot 10^{-3}$, der Vertrauensbereich zu $\overline{s} = e_z = 3.17 \cdot 10^{-3}$.

Systematischer Restfehler für T:

$$e_s(T) = 0.01s$$
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

Systematischer Restfehler für ω_0:

$$e_s(\omega_0) = \left| \frac{\partial \omega_0(T)}{\partial T} \cdot u_T \right| = \left| \frac{-2\pi}{T^2} \cdot u_T \right| = \frac{2\pi \cdot 0.01s}{(2.513s)^2} = 0.01\frac{1}{s}$$

Meßunsicherheit:

$$u = \pm\sqrt{e_s^2 + e_z^2} = \pm 0.01\frac{1}{s}$$

Endergebnis:

$$\omega_0 = (2.50 \pm 0.01)\frac{1}{s}$$

2. Bestimmung des logarithmischen Dekrements Λ

Zur Berechnung des logarithmischen Dekrements Λ wurde der Drehschwinger um φ_m ausgelenkt und die Zahl n der Schwingungen gezählt, deren Ausschlag $\geq \varphi_n$ war. Aus diesen Werten wurde Λ gemäß der Formel

$$\Lambda = \frac{1}{n}(\varphi_m/\varphi_n) \qquad \text{berechnet.}$$

I [mA]	n	Λ	φ_m	φ_n
40	6	0.268	250°	50°
60	3.75	0.429	250°	50°
80	1.66	0.966	250°	50°

Fehlerbetrachtung Die Erregerfrequenz ließ sich mit einer Genauigkeit von 0.05 Herz einstellen. Größere Ungenauigkeiten können bei der Einstellung der Stromstärke entstanden sein, da sich die Skala durch den Drehregler nur schwer einstellen ließ, im Bereich von bis zu fünf mA schwankte und außerdem beim Vollausschlag nur mit Mühe 80 mA erreichte. Der weitaus größte Fehler liegt aber in der Zählung der Schwingungen bis zum Ausschlag φn. Eine genauere Methode wäre zumindest bei der größten Dämpfung gewesen, den Ausschlag φ_n nach ein oder zwei Schwingungen abzulesen und daraus dann nach der obigen Gleichung Λ zu berechnen.

Der größte Fehler dürfte jedoch durch die Ablesegenauigkeit entstanden sein, da jeder Wert während der Bewegung des Pendels abgelesen werden mußte, und die Skaleneinteilung eine maximale Genauigkeit von 5° ermöglichte.

3. Messung der Amplitudenresonanzkurve

Zur Messung der Amplitudenresonanzkurve wurde der stationäre Endausschlag des Drehschwingers für verschiedene Erregerfrequenzen an der Winkelskale abgelesen und für jede Dämpfung direkt in ein (beiliegendes) Diagramm eingetragen. Da die Erregerfrequenz f nicht als Kreisfrequenz ablesbar war, mußte sie zur Berechnung der Resonanz-Erregerfrequenz Ω_{res} gemäß der Formel $\Omega_{res} = 2\pi f_{res}$ umgeformt werden.

I [mA]	f_{res} [Hz]	Ω_{res} $[\frac{1}{s}]$	A_{res}
40	0.385	2.419	165°
60	0.380	2.388	92°
80	0.385	2.419	67°

Fehlerbetrachtung Allgemein gilt bei dieser Aufgabe ähnliches wie bei Aufgabe 3, was die Genauigkeit der einstellbaren Erregerfrequenz und die etwas schwierig zu handhabende Dämpfungseinstellung anbelangt. Besonders groß dürfte auch hier wieder der Fehler beim Ablesen der Amplitudenwerte am schwingenden Pendel gewesen sein. Als weitere Fehlerquelle kommt hier noch eine zu weite Fächerung der eingestellten Erregerfrequenzen in Frage, die zu Unsicherheiten in der Darstellung der Zugehörigen Amplitudenresonanzkurve führen.

4. Überprüfung der Gleichung für Λ durch graphische Darstellung

Unter der Voraussetzung kleiner Dämpfung ist die Halbwertsbreite ΔH der Energieresonanzkurve proportional zum logarithmischen Dekrement Λ

$$\Lambda \approx \frac{\pi}{\omega_0}\Delta H, \qquad \text{was aus der Beziehung} \qquad \Omega_{res} \approx \omega_0,$$

die ebenfalls nur für kleine Dämpfungen gilt, folgt. Die graphische Darstellung von ΔH als Funktion $f(\Lambda)$ des logarithmischen Dekrements Λ

$$f(\Lambda) = \Delta H = \Lambda \frac{\omega_0}{\pi}$$

sollte also für kleine Dämpfungen angenähert eine Gerade durch den Ursprung ergeben (vgl. beiliegenden Graphen). Die Werte der Halbwertsbreiten ΔH wurden der Amplitudenresonanzkurve aus Aufgabe 3 nach der Formel

$$\Omega_{1,2} = \frac{A_{res}}{\sqrt{2}}$$

entnommen. Die Halbwertsbreite ΔH ist danach durch die Differenz der beiden entnommenen Werte Ω_1 und Ω_2

$$\Delta H = \Omega_2 - \Omega_1 \qquad \text{gegeben.}$$

I [mA]	$A_{res}/\sqrt{2}$	Ω_1 $[\frac{1}{s}]$	Ω_2 $[\frac{1}{s}]$	ΔH	Λ
40	116°	2.36	2.51	0.15	0.27
60	65°	2.28	2.59	0.31	0.43
80	44°	2.14	2.83	0.69	0.97

Fehlerbetrachtung Da für die Auftragung der Werte ΔH gegen Λ die Werte für Λ aus Aufgabe 2 entnommen und die Werte ΔH von den Graphen aus Aufgabe 3 abgelesen wurden, gelten für den Fehler bei der Darstellung $\Delta H = f(\Lambda)$ die gleichen Fehlerquellen. Daher weicht die aus den Amplitudenresonanzkurven errechnete Kurve auch von der nach der Formel $\Delta H = \Lambda\frac{\omega_0}{\pi}$ gewonnenen ab. Trotzdem läßt sie einen annähernd proportionalen Zusammenhang zwischen den beiden Größen Λ und ΔH erkennen, womit die Gültigkeit der vorgegebenen Gleichung zumindest für kleine Dämpfungen bewiesen wäre.