# Organische Elektronik Elektronische Prozesse in organischen Halbleitern

#### 2. Elektronische Zustände eines Moleküls

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

#### Dr. Till Biskup

Institut für Physikalische Chemie Albert-Ludwigs-Universität Freiburg Sommersemester 2018

- Elektronische Zustände sind der Ausgangspunkt und die Grundlage aller elektronischen Prozesse.
- In Molekülen sind Orbitale, Konfigurationen und Zustände klar voneinander unterschieden.
- Die Schrödinger-Gleichung erlaubt die Beschreibung von Orbitalen und letztlich der chemischen Bindung.
- Exakte Lösungen der Schrödinger-Gleichung sind nur für einfache Atome möglich.
- Die Beschreibungen angeregter Zustände von Molekülen muss Wechselwirkungen der Elektronen berücksichtigen.

Kontext: Elektronische Prozesse in organischen Halbleitern

Atomorbitale: kurze Wiederholung zur Quantenmechanik

Chemische Bindung: von Atom- zu Molekülorbitalen

Von Orbitalen zu Zuständen

- Elektronische Prozesse gehen mit Änderungen der Gesamtenergie des Systems einher.
  - Absorption und Emission elektromagnetischer Strahlung
  - Ladungsinjektion, -Transfer und -Extraktion
- Die Gesamtenergie des Systems lässt sich auf molekularer Ebene nur quantenmechanisch beschreiben.
  - Die Lösungen der Schrödinger-Gleichung sind die Energieeigenwerte und zugehörigen Wellenfunktionen.
  - Analytische Lösungen existieren nur für Atome.
- Organische Halbleiter bestehen überwiegend aus konjugierten organischen Molekülen.
  - Quantenmechanik jenseits des Wasserstoffatoms
  - Hybridisierung und chemische Bindung

# Zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung

Ableitung aus der Hamilton-Funktion für die Gesamtenergie

Ausgangspunkt: Gesamtenergie E eines Teilchens, bestehend aus der kinetischen Energie T und der potentiellen Energie V:

$$E = T + V = \frac{1}{2}m\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right) + V(x, y, z)$$

beziehungsweise mit dem Impuls p = mv

$$E = T + V = \frac{1}{2m} \left( p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 \right) + V(x, y, z)$$

Klassisch kann die Energie als Funktion der Impuls- und Ortskoordinaten (Hamilton-Funktion,  $\mathcal{H}$ ) geschrieben werden:

$$E = \mathcal{H}(x, y, z, p_x, p_y, p_z)$$

#### **Durch Substitution**

$$p_x \to \hbar i \frac{\partial}{\partial x}$$
 (analog für  $y, z$ )

ergibt sich der Hamilton-Operator  $\hat{\mathcal{H}}$  zu

$$\hat{\mathcal{H}} = \mathcal{H}\left(x, y, z, \hbar i \frac{\partial}{\partial x}, \hbar i \frac{\partial}{\partial y}, \hbar i \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

und damit die Schrödinger-Gleichung zu

$$E\psi=\hat{\mathcal{H}}\psi$$

#### Randbedingungen

- $\blacktriangleright$   $\psi$  muss ebenso wie die erste Ableitung stetig sein.
- \[
  \psi\] muss eine eindeutige Funktion sein.
  \]
- $\psi$  muss überall endlich sein, insbesondere  $\psi(r \to \infty) = 0$ .

#### Normierungsintegral

$$\int |\psi|^2 \mathrm{d}\tau = 1$$

#### Wahrscheinlichkeitsdichte

$$|\psi|^2 = \psi \cdot \psi^*$$

Eigenwerte  $E_v$  und Eigenfunktionen  $\psi_v$  mit den Quantenzahlen v

Der Hamilton-Operator für ein Atom mit der Kernladungszahl Z und nur ein Elektron lautet:

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Ze^2}{r}$$

Geht man in ein sphärisches Polarkoordinatensystem über,

$$\vec{r} \rightarrow r, \vartheta, \varphi$$

hängt der Hamilton-Operator nur noch vom Abstand, nicht aber vom Winkel ab, und die Wellenfunktion lässt sich separieren:

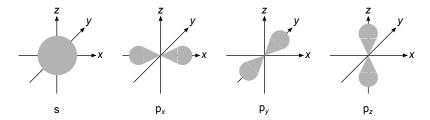
$$\psi_{nlm}(\vec{r}) = R_{nl}(r)P_l^m(\cos\vartheta)\exp(\mathrm{i}m\varphi)$$

Die Indizes n, l, m sind die entsprechenden Quantenzahlen:

Eigenwerte  $E_v$  und Eigenfunktionen  $\psi_v$  mit den Quantenzahlen v

- n Hauptquantenzahl
- 1 Drehimpulsquantenzahl
- *m* magnetische Quantenzahl

Das Resultat sind die bekannten Atomorbitale:



- ► Einfache, aber nützliche Idee der chemischen Bindung:
  - Paar von Elektronen, die von zwei Atomen geteilt werden
  - Elektronen befinden sich mit gleicher Wahrscheinlichkeit in einer "Bahn" um Atom 1 wie um Atom 2.
  - Entsprechend k\u00f6nnen sie nicht mehr Atomorbitalen, sondern m\u00fcssen Molek\u00fclorbitalen zugeordnet werden.
- Ziel: Verständnis der optischen und elektronischen Prozesse in organischen Molekülen
  - Es reicht nicht zu wissen, dass es Molekülorbitale gibt.
  - Die Energie der Molekülorbitale ist entscheidend.
- Lösungen der Schrödinger-Gleichung für Moleküle
- Einfachstes denkbares Molekül als Modell: H<sub>2</sub><sup>+</sup>-Ion

Problem: Es gibt keine analytische Lösung

It is an unfortunate fact that, having arrived in sight of the promised land, we are forced to make an approximation at the outset. Even the simplest molecule, H<sub>2</sub><sup>+</sup>, consists of three particles, and its Schrödinger equation cannot be solved analytically.

- Atkins und Friedman

Hamilton-Operator für  $H_2^+$ , mit der kinetischen Energie des Elektrons ( $T_e$ ) und der Kerne ( $T_N$ ), der potentiellen Energie (V):

$$\hat{\mathcal{H}} = T_{\mathsf{e}} + T_{\mathsf{N}} + V$$

Zugehörige Schrödinger-Gleichung:

$$\hat{\mathcal{H}}\Psi(z,Z_1,Z_2) = E\Psi(z,Z_1,Z_2)$$

Atkins & Friedman, Molecular Quantum Mechanics, 5. Auflage, OUP 2006, S. 258



#### Born-Oppenheimer-Näherung

Lösung: die Born-Oppenheimer-Näherung

Die unterschiedliche Masse von Elektronen und Kernen erlaubt die Separation der Schrödinger-Gleichung.

Separation der Gesamtwellenfunktion Ψ in getrennte Wellenfunktionen für das Elektron ( $\psi$ ) und die Kerne ( $\psi_N$ ):

$$\Psi(z, Z_1, Z_2) = \psi(z; Z_1, Z_2)\psi_{\mathsf{N}}(Z_1, Z_2)$$

- Innerhalb der Born-Oppenheimer-Näherung ist die Schrödinger-Gleichung für das H<sub>2</sub><sup>+</sup>-Ion exakt lösbar.
- Für Moleküle mit mehr als einem Elektron gibt es keine exakten Lösungen mehr.

### Linearkombination von Atomorbitalen (LCAO)

Auf dem Weg zur Erklärung der chemischen Bindung



Molekülorbitale  $\psi$  als Linearkombination von Atomorbitalen  $\chi$ :

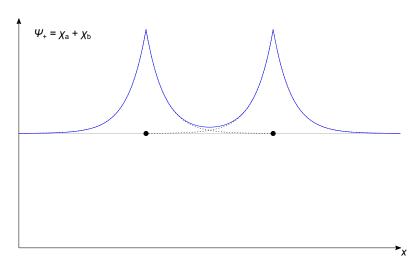
$$\psi = \sum_{i} c_i \chi_i$$

- ▶ symmetrische Wellenfunktion,  $\psi_+ = \chi_A + \chi_B$ 
  - endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons zwischen beiden Atomen
  - Abstoßungskräfte der beiden Kerne werden aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung teilweise abgeschirmt
- ▶ antisymmetrische Wellenfunktion,  $\psi_- = \chi_A \chi_B$ 
  - verschwindende Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons zwischen beiden Atomen
  - keine Abschirmung der Abstoßungskräfte der beiden Kerne

# LCAO für das H<sub>2</sub><sup>+</sup>-Ion

Auf dem Weg zur Erklärung der chemischen Bindung





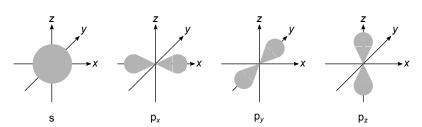


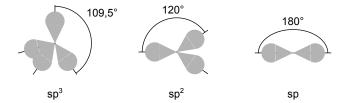
- Grundkonfiguration des Kohlenstoffs: 1s<sup>2</sup>2s<sup>2</sup>2p<sup>2</sup>
  - in dieser Form nur zwei Bindungen möglich
- Hybridisierung der 2s- und 2p-Orbitale
  - insgesamt maximal vier Bindungen möglich
  - durch die Bindung freigesetzte Energie größer als die für die Hybridisierung aufzubringende
- Hybridisierung der Kohlenstoff-Orbitale zentral für die Eigenschaften organischer Moleküle
  - sp<sup>2</sup>-Hybridisierung entscheidend für konjugierte Moleküle
  - organische Halbleiter enthalten meist konjugierte Systeme
- sp<sup>2</sup>-Hybridisierung führt zu π-Orbitalen
- π-Orbitale sind leicht anzuregen

## Atom- und Hybridorbitale

Beispiele für Hybridisierung von s- und p-Orbitalen

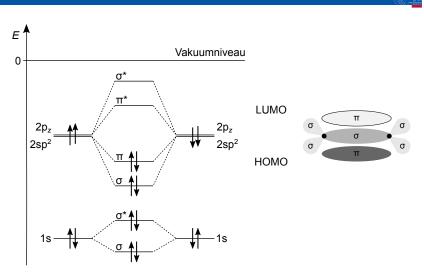






## Energieniveauschema für die sp<sup>2</sup>-Hybridisierung Am Beispiel der C–C-Bindung im Ethen

NI REIBURG



Ausgangspunkt: Ein-Elektron-Molekülorbitale  $\psi$  via LCAO

$$\psi = \sum_{i} c_i \chi_i$$

Koeffizienten  $c_i$  durch Lösen der Schrödinger-Gleichung

$$\hat{\mathcal{H}}\psi=E\psi$$

Auffüllen mit der Zahl der Elektronen, die im Molekül vorliegen. Mehr-Elektronen-Wellenfunktion  $\Psi$  (Grundzustand):

$$\Psi = \prod_{i} \psi_{i}$$

Problem: Wechselwirkungen von Elektronen wurden ignoriert.

Berücksichtigung der Wechselwirkung von Elektronen



#### **Konfiguration**

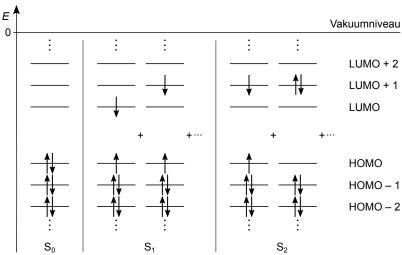
Verteilung der Elektronen auf die Molekülorbitale.

- Idee der Konfigurationswechselwirkung
  - angeregte Zustände als Linearkombinationen unterschiedlicher Konfigurationen
  - Zustand kann aus Superposition vieler verschiedener Konfigurationen erzeugt werden
- Praxis für viele organische Moleküle
  - erster angeregter Singulett-Zustand (S<sub>1</sub>) zu 80–95% durch je ein Elektron in HOMO und LUMO beschreibbar
  - weitere Anteile durch andere Konfigurationen beschrieben

# Konfigurationswechselwirkung

Schema für angeregte Singulettzustände



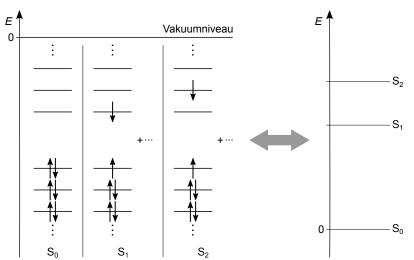


- Ausgangspunkt
  - Ein-Elektronen-Atome: Orbital und Zustand identisch
  - Moleküle: Unterscheidung essentiell für die Betrachtung
- Orbitaldiagramm
  - Orbitalenergien sind negativ: Elektronen sind gebunden.
  - Elektron–Elektron-Wechselwirkungen sind nicht darstellbar.
  - direkter Bezug zu Lösungen der Schrödinger-Gleichung
- Zustandsdiagramm
  - Grundzustand eines Moleküls wird zu Null gesetzt.
  - Angeregte Zustände haben positive Energien.
  - Unterschiedliche Energien von Singulett- und Triplett-Zuständen können einfach dargestellt werden.

#### Orbitale und Zustände

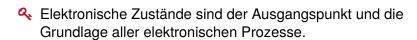
Unterschiede zwischen Orbital- und Zustandsdiagrammen





- Orbitale und Zustände können nicht gleichzeitig sinnvoll in einem Diagramm dargestellt werden.
- ► HOMO und LUMO sind Orbitale, keine Zustände.
- Die Energiedifferenz zwischen HOMO und LUMO ist nur eine sehr grobe N\u00e4herung f\u00fcr die Energiedifferenz zwischen Grund- und angeregtem Zustand.
- Molekülorbitale basieren auf Ein-Elektronen-Orbitalen.
- Experimentell bestimmte Werte für Ionisierungspotential und Elektronenaffinität unterscheiden sich von den berechneten Energien für HOMO und LUMO.

Köhler und Bässler: Electronic Processes in Organic Semiconductors, Wiley, 2015, S. 27f.



- In Molekülen sind Orbitale, Konfigurationen und Zustände klar voneinander unterschieden.
- Die Schrödinger-Gleichung erlaubt die Beschreibung von Orbitalen und letztlich der chemischen Bindung.
- Exakte Lösungen der Schrödinger-Gleichung sind nur für einfache Atome möglich.
- Die Beschreibungen angeregter Zustände von Molekülen muss Wechselwirkungen der Elektronen berücksichtigen.